

4.2.1 对数

【教学目标】

- 1. 了解对数的概念及性质，了解常用对数与自然对数的表示方法.
- 2. 提高类比、分析、转化的能力，提高理解和运用数学符号的能力.
- 3. 在对数概念的建立过程中，体会事物辩证发展的观点.

【教学重点】

对数的概念，对数式与指数式的相互转化.

【教学难点】

对数的概念及性质.

【教学方法】

本节课主要采用启发式和分组合作教学法. 教学过程中遵循以学生为教学主体的原则，给学生提供各种可能的参与机会，调动学生学习的积极性. 利用多媒体辅助教学，引导学生从实例出发，认识对数，体会引入对数的必要性. 在教学重难点上，步步设问，启发学生的思维. 在课堂练习等环节用学生讨论的方式来加深学生对知识的理解，从而突破难点，提高教学效率.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 《庄子》中说：“一尺之棰，日取其半，万世不竭.” (1) 取 5 次，还有多长? (2) 取多少次，还有 0.125 尺? 2. 出示本章导语中的细胞分裂问题，经过几次分裂后细胞的个数为 4 096 个? $2^x=4\ 096.$	教师出示课件，引导学生明确问题. 教师提问：如何已知底数和幂值求指数?	通过实例引入新知，体现数学的应用性，引发学生的好奇心.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	一、对数的概念 一般地，若 $a^b=N$ ($a>0$，且 $a\neq 1$，$N>0$)，则称幂指数 b 是以 a 为底 N 的对数. “以 a 为底 N 的对数 b”记作： $b=\log_a N \quad (a>0 \text{ 且 } a\neq 1),$ 其中 a 称为对数的底数，N 称为真数. 注意： (1) 底数的限制，即 $a>0$ 且 $a\neq 1$； (2) 对数的书写格式； (3) 对数的真数大于零. 二、对数式与指数式的关系 由对数的定义可知，$a^b=N$ 与 $b=\log_a N$ 两个等式所表示的是 a，b，N 三个量之间的同一关系，只不过是两种不同的表示形式. 例如：$3^2=9 \Leftrightarrow 2=\log_3 9$. 对数式与指数式的互化： $a^b=N \Leftrightarrow b=\log_a N.$ 练习 1 (1) 将下列指数式写成对数式： $2^2=4; \quad 6^2=36;$ $7 \cdot 6^0=1; \quad 3^4=81.$ (2) 将下列对数式写成指数式： $\log_3 9=2; \quad \log_4 16=2;$ $\log_5 125=3; \quad \log_7 49=2.$	教师给出对数的定义，并举例说明： 因为 $4^2=16$，所以 2 是以 4 为底 16 的对数； 因为 $4^3=64$，所以 3 是以 4 为底 64 的对数. 教师规范学生的书写格式，强调底数的限制，并引导学生讨论真数 N 的取值范围. 教师引导学生归纳指数式与对数式的转换关系. 学生完成练习 1，教师适当指导.	准确理解对数定义中底数的限制，为以后对数函数定义域的确定做准备. 让学生了解对数式与指数式的关系，以及形式上的区别，渗透等价转化的数学思想. 帮助学生熟悉对数式与指数式的相互转化.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	练习 2 将下列指数式写成对数式 (其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$): $2^1=2; \qquad a^1=a;$ $6^0=1; \qquad a^0=1.$	教师提问: 通过练习 2, 你能得到什么结论? 学生分组讨论, 得出结论. 教师引导学生归纳对数的性质.	鼓励学生归纳出对数的性质.
	三、对数的性质 (1) $\log_a a=1$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$), 即底数的对数等于 1; (2) $\log_a 1=0$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$), 即 1 的对数等于零; (3) 0 和负数没有对数. 例 1 求 $\log_2 2, \log_2 1, \log_2 16,$ $\log_2 \frac{1}{2}$. 解 (1) 因为 $2^1=2$, 所以 $\log_2 2=1;$ (2) 因为 $2^0=1$, 所以 $\log_2 1=0$; (3) 因为 $2^4=16$, 所以 $\log_2 16=4$; (4) 因为 $2^{-1}=\frac{1}{2}$, 所以 $\log_2 \frac{1}{2}=-1.$ 对数恒等式 $a^{\log_a N}=N.$ 四、常用对数与自然对数 1. 以 10 为底的对数称为常用对数. 为了简便, $\log_{10} N$ 简记作 $\lg N$. 2. 在科学技术的计算中, 常常使	学生根据对数的性质完成例 1. 教师引导学生推导、理解对数恒等式. 教师强调 $\lg N$ 的底数是 10, 而不是没有底数.	巩固对数的性质. 介绍两种常用的对数.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图								
新 课	用以无理数 $e=2.718\ 28\cdots$ 为底的对数. 以 e 为底的对数称为自然对数. $\log_e N$ 通常记作 $\ln N$. 例 2 求值: (1) $\lg 100$; (2) $\lg 0.01$; (3) $\ln e$. 解 (1) 因为 $10^2=100$, 所以 $\lg 100=2$; (2) 因为 $10^{-2}=0.01$, 所以 $\lg 0.01=-2$; (3) 因为 $e^1=e$, 所以 $\ln e=1$. 例 3 利用计算器计算下列各题 (精确到 0.001): (1) $\lg 5$; (2) $\ln 4$; (3) $\log_2 3$. 解 首先设定计算器显示的精确度为 0.001. (1) <table><tr><th>操作</th><th>显示</th></tr><tr><td>$\boxed{\log} \boxed{5} \boxed{=}$</td><td>0.699</td></tr></table> 所以 $\lg 5\approx 0.699$. (2) <table><tr><th>操作</th><th>显示</th></tr><tr><td>$\boxed{\ln} \boxed{4} \boxed{=}$</td><td>1.386</td></tr></table> 所以 $\ln 4\approx 1.386$.	操作	显示	$\boxed{\log} \boxed{5} \boxed{=}$	0.699	操作	显示	$\boxed{\ln} \boxed{4} \boxed{=}$	1.386	学生抢答. 教师引导学生复习如何设定计算器显示的精确度.	巩固常用对数与自然对数的概念. 巩固计算器的使用方法.
	操作	显示									
$\boxed{\log} \boxed{5} \boxed{=}$	0.699										
操作	显示										
$\boxed{\ln} \boxed{4} \boxed{=}$	1.386										

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图				
新课	(3) <table><tr><td>操作</td><td>显示</td></tr><tr><td>$\log_{\blacksquare} \square 2 \blacktriangleright 3 =$</td><td>1.585</td></tr></table> 所以 $\log_2 3 \approx 1.585$. 现在来解决细胞经过多少次分裂, 总数为 4 096 的问题. 因为 $2^b = 4\ 096$, 所以 $b = \log_2 4\ 096 = 12$, 也就是细胞经过 12 次分裂, 总数为4 096. 练习 3 求下列各式的值: (1) $\lg 1 + \lg 10 + \lg 100$; (2) $\lg 0.1 + \lg 0.01 + \lg 0.001$.	操作	显示	$\log_{\blacksquare} \square 2 \blacktriangleright 3 =$	1.585	教师带领学生回顾本章导语的问题, 学生作答.	体会对数的应用.
	操作	显示					
$\log_{\blacksquare} \square 2 \blacktriangleright 3 =$	1.585						
小结	一、对数的概念 二、指数式与对数式的关系 $a^b = N \Leftrightarrow b = \log_a N$ 三、对数的性质 四、常用对数与自然对数	回顾本节主要内容, 帮助学生加深理解.	使学生更加明确本节课的要点.				
作业	必做题: 本节练习 A 组第 2~4 题. 选做题: 本节练习 B 组第 2 题.	学生课后完成	结合学生实际, 设置必做题和选做题, 为学生提供选择空间.				