

4.2.2 积、商、幂的对数

【教学目标】

- 1. 掌握积、商、幂的对数运算法则，并会进行有关运算.
- 2. 提高观察、分析、归纳等逻辑思维能力.
- 3. 通过对数运算法则的学习，提升数学运算的核心素养.

【教学重点】

积、商、幂的对数运算法则的应用.

【教学难点】

积、商、幂的对数运算法则的推导.

【教学方法】

本节课采用引导发现式和分组合作式的教学方法，并充分利用多媒体辅助教学，体现“以教师为主导、学生为主体”的教学原则. 在教学过程中注意启发学生，使学生主动思考有关知识. 通过分组合作的教学方式，使学生在合作中快乐学习，培养学生的团结协作能力和集体意识. 通过设置探究活动和练习，逐步提升学生逻辑推理、数学运算的核心素养.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 指数式与对数式的关系： 若指数式 $a^b=N$，则 $b=\log_a N$. 2. 指数幂的运算法则： (1) $a^m a^n=a^{m+n}$； (2) $(a^m)^n=a^{mn}$； (3) $(ab)^m=a^m b^m$.	学生抢答，激发学生的学习热情. 教师指出：以前，我们学习过数的加、减、乘、除、乘方、开方，这些运算都有自己的运算法则，那么，我们刚学习的对数运算有什么样的运算法则呢？ 学生在教师的引导下，明确本节课的主要问题.	复习旧知，引入新知. 在探究积、商、幂的对数过程中，主要运用了指数的相互转换，因此在复习中要强化这一知识点.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	探究 1 已知 $\log_a M, \log_a N$ ($M, N > 0$), 求 $\log_a MN$. 解 设 $\log_a M = p, \log_a N = q$, 根据对数的定义, 可得 $M = a^p, N = a^q.$ 因为 $MN = a^p a^q = a^{p+q}$, 所以 $\begin{aligned} \log_a (MN) \\ &= p + q = \log_a M + \log_a N. \end{aligned}$	教师提出探究问题, 学生通过小组讨论, 探究问题的答案. 在学生探究后, 教师给出解答过程.	小组讨论的过程, 是一个团结协作的过程, 能够培养学生的团队精神和团结合作能力.
	探究 2 已知 $N_1, N_2, \dots, N_k$ 都是大于 0 的数, 猜想 $\log_a (N_1 N_2 \cdots N_k)$ 等于什么. 结论: $\begin{aligned} \log_a (N_1 N_2 \cdots N_k) \\ &= \log_a N_1 + \log_a N_2 + \cdots + \log_a N_k. \end{aligned}$ 探究 3 已知 $\log_a M, \log_a N$ ($M, N > 0$), 求 $\log_a \frac{M}{N}$. 解 设 $\log_a M = p, \log_a N = q$, 根据对数的定义, 可得 $M = a^p, N = a^q.$ 因为 $\frac{M}{N} = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$, 所以 $\begin{aligned} \log_a \frac{M}{N} &= p - q \\ &= \log_a M - \log_a N. \end{aligned}$ 探究 4 已知 $\log_a M$ ($M > 0$), 求 $\log_a M^b$. 解 设 $\log_a M = p$, 由对数的定	学生根据探究 1 的结果进行猜测. 学生讨论后, 教师给出解答过程.	探究 2 的结论是探究 1 结论的推广. 进一步增强学生的探究意识.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	义, 可得 $M=a^p$. 因为 $M^b=(a^p)^b=a^{bp}$, 所以 $\log_a M^b=bp=b\log_a M,$ 即 $\log_a M^b=b\log_a M$. 结论: (1) $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$. 拓展形式: $\log_a (N_1N_2\cdots N_k)$ $=\log_a N_1+\log_a N_2+\cdots+\log_a N_k.$ 这表明: 正因数积的对数等于各因数对数的和. (2) $\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$. 这表明: 两个正数商的对数等于被除数的对数减去除数的对数. (3) $\log_a M^b=b\log_a M$. 这表明: 正数幂的对数等于幂的指数乘以幂的底数的对数. 例 1 用 $\log_a x, \log_a y, \log_a z$ 表示下列各式: (1) $\log_a \frac{xy}{z}$; (2) $\log_a (x^3y^5)$; (3) $\log_a \frac{\sqrt{x}}{yz}$; (4) $\log_a \frac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}$. 解 (1) $\log_a \frac{xy}{z}=\log_a (xy)-\log_a z$	教师引导学生对探究问题做总结, 学生在总结的过程中理解、记忆相应的运算法则. 学生快速解答, 教师对学生的解答给予评价.	有利于学生理解、记忆对数的运算法则. 通过例题, 让学生理解对数的运算法则, 并熟练应用.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$= \log_a x + \log_a y - \log_a z;$ $(2) \log_a (x^3 y^5) = \log_a x^3 + \log_a y^5$ $= 3\log_a x + 5\log_a y;$ $(3) \log_a \frac{\sqrt{x}}{yz} = \log_a \sqrt{x} - \log_a (yz)$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}} - (\log_a y + \log_a z)$ $= \frac{1}{2}\log_a x - \log_a y - \log_a z;$ $(4) \log_a \frac{x^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}} = \log_a (x^2 y^{\frac{1}{2}} z^{-\frac{1}{3}})$ $= \log_a x^2 + \log_a y^{\frac{1}{2}} + \log_a z^{-\frac{1}{3}}$ $= 2\log_a x + \frac{1}{2}\log_a y - \frac{1}{3}\log_a z.$ 练习 1 请用 $\lg x, \lg y, \lg z,$ $\lg(x+y), \lg(x-y)$ 表示下列各式: $(1) \lg(xyz); (2) \lg(x+y)z;$ $(3) \lg(x^2 - y^2); (4) \lg \frac{xy^2}{z}.$ 例 2 计算: $(1) \lg \sqrt[5]{100}; (2) \log_2 (4^7 \times 2^5).$ 解 (1) $\lg \sqrt[5]{100}$ $= \frac{1}{5} \lg 100 = \frac{2}{5};$ $(2) \log_2 (4^7 \times 2^5)$ $= \log_2 4^7 + \log_2 2^5$ $= 7\log_2 4 + 5\log_2 2$ $= 14 + 5$ $= 19.$	教师出示练习题, 要求学生按照对数的运算法则完成.	巩固对数的积、商、幂的运算. 进一步巩固对数的运算法则.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习 2 计算： (1) $\log_3(27 \times 9^2)$； (2) $\lg 100^2$； (3) $\log_2 6 - \log_2 3$； (4) $\lg 5 + \lg 2$.	学生解答，教师适当指导.	
小结	1. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$. 2. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$. 3. $\log_a M^b = b \log_a M$.	回顾本节主要内容，帮助学生理解、记忆对数的运算法则.	简洁明了地概括本节的重要知识，便于学生理解、记忆.
作业	必做题：本节练习 A 组第 2~3 题. 选做题：本节练习 B 组第 1~2 题.	学生课后完成.	分层设置作业，为学生提供一定的选择空间.