

4.2.4 对数函数

【教学目标】

1. 掌握对数函数的概念、图象和性质，并会简单的应用.
2. 能利用对数函数的图象和性质比较两个值的大小，会求对数函数的定义域.
3. 乐于发现、善于探索，逐步养成勤于动脑、独立思考等良好的思维品质.

【教学重点】

对数函数的图象、性质及其应用.

【教学难点】

对数函数图象和性质的发现过程.

【教学方法】

本节课主要采用引导发现式的教学方法. 结合对数函数的内容特点，教学过程中让学生动手做、动脑想、大胆猜，这样既增强了学生的参与意识又教给他们思考问题的方法、获取知识的途径，从而提高学生的学习能力，加深学生对所学知识的理解.

【教学过程】

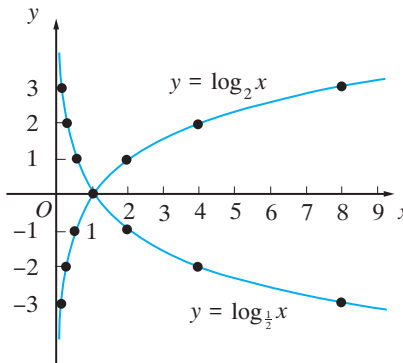
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
	<p>在指数函数的引入问题中，已经得出某种放射性物质的质量的初始值为1，它的剩留量与经过的年数的函数关系为</p> $y=0.84^x \quad (x \geq 0), \quad \textcircled{1}$ <p>其中 x 为自变量，表示经过的年数，y 为对应的剩留量.</p> <p>根据$\textcircled{1}$式画出函数图象，求约经过多少年，剩留量是原来的一半（结果保留一位有效数字）.</p>	<p>教师指出：根据$\textcircled{1}$式，给定一个 x 值（经过的年数），就能计算出唯一的函数值 y. 实际上，在这个问题中知道的是 y 值，要求的是对应的 x 值. 所以对数形式表示，即</p> $x = \log_{0.84} y. \quad \textcircled{2}$	<p>提出问题，激发学生的好奇心.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	<p>解：经过的年数</p> $x = \log_{0.84} 0.5 = \frac{\lg 0.5}{\lg 0.84} \approx \frac{-0.30}{-0.08} \approx 4.0.$ <p>即约经过 4 年，该放射性物质的剩留量是原来的一半.</p>	<p>学生解题.</p> <p>教师引导学生发现：在②式中，对于任意一个“剩留量 y”都可以求出唯一的“经过的年数 x”. 所以“经过的年数 x”是“剩留量 y”的函数.</p> <p>通常我们用 x 表示自变量，用 y 表示因变量，于是上述的函数关系，可表示为 $y = \log_{0.84} x$.</p>	<p>使学生初步感受对数函数是刻画现实世界的又一重要数学模型.</p>
新课	<p>一、对数函数的概念</p> <p>一般地，函数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1, x > 0$) 称为对数函数，其中 x 是自变量，函数的定义域为 $(0, +\infty)$.</p>	<p>板书课题.</p> <p>教师引导学生联系上面②的表达式，请学生思考并讨论对数函数的概念.</p> <p>教师提问：(1) 为什么要规定 $a > 0$ 且 $a \neq 1$?</p> <p>(2) 为什么对数函数的定义域是 $(0, +\infty)$?</p> <p>学生讨论，回答这两个问题.</p>	<p>让学生牢记底数大于零且不等于 1，真数大于零.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	<p>二、对数函数的图象和性质</p> <p>探索研究 画出函数 $y = \log_2 x$ 与 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的图象.</p> <p>(1) 列表 (略).</p> <p>(2) 描点 (略).</p> <p>(3) 连线.</p>	<p>将学生分为两组, 各作一个函数图象.</p> <p>教师提问: 画函数图象的三个步骤分别是什么?</p> <p>学生回答: 列表、描点、连线.</p> <p>教师引导: 列表时, 我们能否借助作指数函数 $y = 2^x$ 与 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图象时所列的表格?</p> <p>学生思考教师提出的问题, 并列表.</p> <p>教师指出: 描点之前我们要建立平面直角坐标系, 观察你所列的表格, 如何建立平面直角坐标系?</p> <p>学生尝试回答, 教师点评后, 让学生建立平面直角坐标系并完成描点, 教师适当指导.</p> <p>教师提示: 描点后请用光滑的曲线将点连起来.</p>	<p>让学生进一步体会指数函数与对数函数的联系. 学生自主画图, 加深对图象的感性认识.</p>

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	 <p>对数函数的图象特征：</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 图象在 y 轴的右侧； (2) 图象向上无限延伸，向下无限延伸； (3) 图象都经过点 $(1, 0)$； (4) $a = 2$ 时，从左向右看，图象逐渐上升；$a = \frac{1}{2}$ 时，从左向右看，图象逐渐下降. <p>探索研究 1. 用 Excel 软件作出对数函数 $f(x) = \log_4 x$ 及 $g(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ 的图象，观察这两个函数的图象特征，分析其单调性.</p> <p>2. 在软件 GeoGebra 中，输入 $f(x) = \log(a, x)$，得到函数 $f(x) = \log_a x$ 的图象，拖动 a，观察：</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 随着 a 的变化，图象一直在变化，你能在“变化”中找到一些“不变”的性质吗？ 	<p>学生完成作图.</p> <p>教师引导学生观察两个函数的图象，分析、归纳图象的特征.</p>	<p>培养学生的观察能力.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图																		
新 课	<p>(2) 当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数还是减函数? 当 $a > 1$ 时呢?</p> <p>对数函数的图象和性质可用下表进行总结.</p> <table border="1" data-bbox="239 600 686 895"> <thead> <tr> <th>底数 a</th> <th>$a > 1$</th> <th>$0 < a < 1$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>图 象</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>定义域</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>值 域</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>定 点</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>单调性</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>例 1 求下列函数的定义域 ($a > 0$, 且 $a \neq 1$):</p> <p>(1) $y = \log_a x^2$; (2) $y = \log_a (4 - x)$.</p> <p>解 (1) 要使函数有意义, 必须有 $x^2 > 0$, 即 $x \neq 0$, 所以函数 $y = \log_a x^2$ 的定义域是 $\{x x \neq 0\}$.</p> <p>(2) 要使函数有意义, 必须有 $4 - x > 0$, 即 $x < 4$, 所以函数 $y = \log_a (4 - x)$ 的定义域是 $(-\infty, 4)$.</p> <p>例 2 利用对数函数的性质, 比较下列各题中两个值的大小:</p> <p>(1) $\log_2 3$ 与 $\log_2 3.5$; (2) $\log_{0.7} 1.6$ 与 $\log_{0.7} 1.8$.</p> <p>解 (1) 考察函数 $y = \log_2 x$, 它在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数.</p>	底数 a	$a > 1$	$0 < a < 1$	图 象			定义域			值 域			定 点			单调性			<p>教师引导学生完成表格.</p> <p>学生分组探究, 教师适当指导.</p> <p>引导学生构造对数函数, 利用函数的单调性求解. 教师在点评时, 还可以让学生用计算器验证, 或利用图象法求解.</p>	<p>培养学生观察、分析、归纳的能力, 形成积极实践、科学探究的学习态度.</p> <p>巩固对数函数的定义域.</p> <p>一题多解, 锻炼学生思维的灵活性.</p>
底数 a	$a > 1$	$0 < a < 1$																			
图 象																					
定义域																					
值 域																					
定 点																					
单调性																					

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	<p>因为 $3 < 3.5$, 所以 $\log_2 3 < \log_2 3.5$.</p> <p>(2) 考察对数函数 $y = \log_{0.7} x$, 它在 $(0, +\infty)$ 上是减函数.</p> <p>因为 $1.6 < 1.8$, 所以 $\log_{0.7} 1.6 > \log_{0.7} 1.8$.</p> <p>练习 1 比较大小:</p> <p>(1) $\lg 6$ _____ $\lg 8$;</p> <p>(2) 若 $\lg m < \lg n$, 则 m _____ n.</p> <p>练习 2 比较大小:</p> <p>(1) $\log_{0.5} 6$ _____ $\log_{0.5} 8$;</p> <p>(2) 若 $\log_{0.5} m < \log_{0.5} n$, 则 m _____ n.</p>	<p>学生独立完成练习 1 和练习 2, 教师予以点评.</p>	<p>巩固对数函数的单调性.</p>
小结	<p>1. 对数函数的定义.</p> <p>2. 对数函数的图象与性质.</p>	<p>回顾本节主要内容, 深入理解对数函数的概念、图象和性质.</p>	<p>简洁明了地概括本节课的重要知识.</p>
作业	<p>必做题: 本节练习 A 组第 2 题.</p> <p>选做题: 本节练习 B 组题目.</p>	<p>学生课后完成.</p>	<p>针对学生实际, 对课后书面作业实施分层设置.</p>