

4.3 指数函数与对数函数的应用

【教学目标】

- 1. 能够运用指数函数、对数函数的知识解决某些简单的实际应用问题.
- 2. 提高分析问题、解决问题的能力，体会指数函数、对数函数知识的应用价值.
- 3. 感悟数学建模的思想，提升数学建模的核心素养.

【教学重点】

培养学生分析问题、解决问题的能力.

【教学难点】

根据实际问题建立相应的指数函数或对数函数模型.

【教学方法】

本节课主要采用问题解决式和分组合作式的教学方法. 在教学过程中，从学生身边的实例开始，引起学生的注意，体会所学知识的应用价值，提高学生数学学习的兴趣，培养学生分析问题和解决问题的能力. 通过本节内容，让学生体会指数函数与对数函数是解决有关自然科学领域中实际问题的重要工具，是今后进一步学习的基础. 教师应当结合学生的专业特点，增设有关例题，突出数学为专业课服务的教学理念.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	数学既来自于生活，又应用于生活. 实际问题中蕴含着丰富的数学知识、数学思想与方法. 如刚刚学过的指数函数、对数函数内容在实际问题中就有着广泛的应用. 今天我们就一起来探讨几个应用问题.	教师提出本节要解决的问题.	提出本节要解决的问题，引导学生从生活中的实际问题出发，思考如何解决问题.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	一、增长率问题 例 1 根据某上市公司年报，得出该上市公司员工2021年的人均薪酬是14.1万元，如果该上市公司发展稳定，人均薪酬每年都比上一年增长0.5%，则约几年后人均薪酬将不小于14.5万元（结果保留整数）？ 解 设 x 年后该上市公司人均薪酬将不小于14.5万元. 依题意得 $14.1 \times (1 + 0.5\%)^x \geq 14.5.$ 即 $1.005^x \geq \frac{14.5}{14.1}$，两边取常用对数，得 $\lg 1.005^x \geq \lg \frac{14.5}{14.1},$ 所以 $x \geq \frac{\lg \frac{14.5}{14.1}}{\lg 1.005}$，解得 $x \geq 5.6$. 因为 x 是自然数，所以约 6 年后人均薪酬将不小于14.5万元. 解决实际问题的主要步骤： (1) 阅读、理解实际问题； (2) 建立函数模型； (3) 求解模型，回答实际问题. 二、大气压问题 例 2 设在离海平面 x m 处的大气压强是 y kPa，y 与 x 的函数关系是 $y = Ce^{kx}$，这里 C, k 都是常量. 已	引导学生阅读题目，找出关键语言、关键数据，将实际问题抽象为数学问题. 教师帮助学生理解题意、分析题目. 在教师的引导下，进一步熟悉解决实际问题的主要步骤. 教师分析：这是物理方面的问题，首先要利用题中给出的函	让学生在运算中体会指数函数与对数函数的应用. 例 2 的专业性较强，阅读难度较大，借助本题可以进一步

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	知某地某天在海平面与 1 000 m 高空的大气压强分别是 101 kPa 及 90 kPa, 求在 600 m 高空处的大气压强, 并求大气压强是 96 kPa 处的高度 (结果都保留整数). 解 已知 $y=Ce^{kx}$, 其中 C, k 是待定的常数. 由已知条件, 当 $x=0$ 时, $y=101$; 当 $x=1\ 000$ 时, $y=90$. 由此可列方程组 $\begin{cases} 101=Ce^{k\cdot 0}, & \text{①} \\ 90=Ce^{k\cdot 1\ 000}. & \text{②} \end{cases}$ 由①得 $C=101$, 代入②得 $e^{k\cdot 1\ 000}=\frac{90}{101}\approx 0.891\ 1,$ 即 $1\ 000\ k=\ln 0.891\ 1$, 故 $1\ 000\ k\approx -0.115\ 3,$ 所以 $k\approx -1.153\times 10^{-4}$. 因此 y 与 x 的函数关系是 $y=101e^{-1.153\times 10^{-4}x}.$ 当 $x=600$ 时, 得 $y=101e^{-1.153\times 10^{-4}\times 600}\approx 94,$ 当 $y=96$ 时, 得 $96=101e^{-1.153\times 10^{-4}x},$ $-1.153\times 10^{-4}x=\ln \frac{96}{101}\approx -0.051,$ 所以 $x\approx 0.051\times \frac{10^4}{1.153}\approx 442$.	数关系式, 根据已知条件确定参数 C, k. 学生分组讨论、求解. 教师引导学生体会自然对数的应用. 教师提示学生在解答过程中可以恰当使用计算器来简化运算.	提升学生分析问题、解决问题的能力. 让学生在解答过程中, 体会数学建模的一般步骤. 在解决问题时, 适当运用计算工具, 可以提高效率.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	因此，在 600 m 高空处，大气压强约为 94 kPa；在 442 m 高空处，大气压强约为96 kPa. 练习 本节习题第 3 题.	教师在学生解答完后，选择有代表性的解答过程进一步总结. 学生结合例题进行练习.	及时总结，帮助学生厘清思路. 加强练习，引导学生体会指数函数与对数函数的应用.
小结	指数函数、对数函数在社会学、经济学和物理学等领域中都有着广泛的应用. 解决实际问题的一般步骤为 实际问题(读懂问题、抽象概括)→建立数学模型（演算、推理）→数学模型的解（还原说明）→实际问题的解. 上述步骤中读懂问题是指读出新概念、读出相关条件，这是解决问题的基础；建立数学模型是指在抽象、简化、明确变量和参数的基础上建立一个明确的数学关系，这是解决问题的关键.	教师引导学生明确解决实际应用问题的步骤.	总结本节的主要内容.
作业	必做题：本节习题第 4 题. 选做题：本节习题第 5 题.	学生课后完成.	体现分层次教学，让数学基础不同的学生都有所发展.