

5.1.1 角的概念的推广

【教学目标】

- 1. 了解正角、负角、终边相同的角、象限角等概念，理解角的加减运算.
- 2. 通过观察实例，认识角的概念推广的可能性和必要性，树立运动变化的观点，并由此理解任意角的概念.
- 3. 进一步体会数形结合的思想，提升直观想象、逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

任意角（正角、负角和零角）、终边相同的角、象限角的概念，终边相同的角的表示方法和判定方法.

【教学难点】

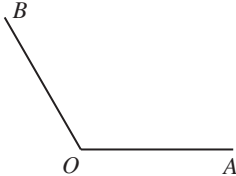
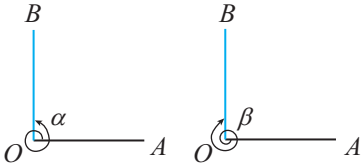
任意角和终边相同的角的概念.

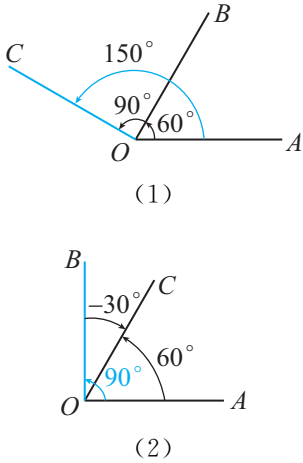
【教学方法】

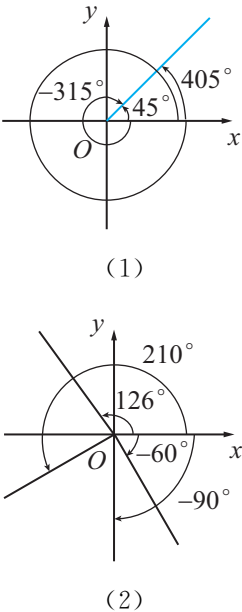
本节课主要采用启发引导式的教学方法，结合多媒体课件，带领学生发现旧概念的局限之处，进而探索新的概念. 教学过程中，紧扣“旋转”两个字，让学生在动手画图的过程中深刻认识任意角的概念.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 复习初中学习过的角的定义.	教师提问：初中学过的角的定义是什么？ 学生回答：在平面内，角可以看作由一条射线绕着它的端点旋转而形成的图形. 教师指出：初中时，不考虑角的旋转方向，不论从射线 OA 旋转到 OB，还是从射线 OB 旋转到 OA，它们的旋转量都是一样的，如图 1 所示.	复习旧知，使学生发现旧知的局限性，激发学生学习新知的兴趣.

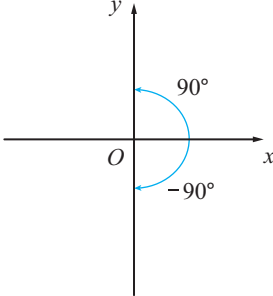
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	2. 提出新问题： 运动员掷链球时，旋转方向可以是逆时针方向也可以是顺时针方向，旋转量也不止一个平角，那如何来度量角的大小呢？	 图 1 初中时的角不考虑旋转方向，只考虑旋转量，而且角的范围在 $0\sim 360^\circ$.	
新课	1. 任意角的概念 (1) 射线的旋转方向： 逆时针方向——正角； 顺时针方向——负角； 没有旋转——零角. 画图时，常用带箭头的弧来表示旋转的方向和旋转量. 旋转生成的角，又常称为转角. (2) 射线的旋转量： 当射线绕端点旋转时，旋转量可以超过一个周角，形成任意大小的角. 角的度数表示旋转量的大小. 如图2 (1)(2)表示的两个转角中， $\alpha=450^\circ$，$\beta=-630^\circ$.  (1) (2) 图 2	画图说明正角、负角以及零角. 教师小结：根据旋转方向的不同定义正、负角，根据旋转量的不同将角推广到任意范围.	从旋转方向和旋转量两个方面，将角的概念进行推广.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	2. 角的加减运算 $60^{\circ}+90^{\circ}=150^{\circ}$ (图 3 (1)). $90^{\circ}-30^{\circ}=60^{\circ}$ (图 3 (2)).  图 3 3. 象限角的概念 为了方便起见,通常将角放在平面直角坐标系中来讨论,并约定:角的顶点与坐标原点重合,角的始边落在 x 轴的正半轴上.这时,角的终边在第几象限,就把这个角称为第几象限角.如果终边在坐标轴上,就认为这个角不属于任何象限. 例如,图 4 (1) 中的 45°, -315°, 405° 都是第一象限角;图 4 (2) 中的 126° 是第二象限角, 210° 是第三象限角, -60° 是第四象限角, -90° 不是象限角,其终边在 y 轴的负半轴上.	教师让学生画出下列各角: (1) 0°, 360°, 720°, $1\ 080^{\circ}$, -360°, -720°; (2) 90°, 450°, -270°, -630°. 学生求和并作图表示下列角的运算: $30^{\circ}+45^{\circ}$, $60^{\circ}-180^{\circ}$. 教师向学生强调角在平面直角坐标系中的“标准位置”. 教师举出几个例子,让学生说出各角是哪个象限的角.	学生通过自己画图,深刻体会旋转变换的思想,加深对任意角概念的理解.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 (1) (2) 图 4 4. 终边相同的角的集合 所有与 α 终边相同的角构成的集合可记为 $S = \{\beta \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}.$	教师提示：观察我们刚画过的角： (1) $0^\circ, 360^\circ, 720^\circ, 1\ 080^\circ, -360^\circ, -720^\circ$； (2) $90^\circ, 450^\circ, -270^\circ, -630^\circ$. 教师引导学生思考：终边相同的两个角的度数有什么关系？ 学生讨论后回答：终边相同的两个角的度数相差 360° 的整数倍. 教师提问：与 30° 终边都相同的角有哪些？有多少个？它们能不能统一用一个集合来表示？ 学生得出结论.	结合前面画的角，层层引导，让学生归纳终边相同的角之间的关系.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 1 (1) 写出与下列各角终边相同的角的集合: (1) 45°; (2) 135°; (3) 240°; (4) 330°. 解 略.	例 1 (1) 由学生口答, 教师给出规范的答案.	将例 1 分解为两个小题, 边讲边练, 小步子、低台阶, 便于学生理解.
	例 1 (2) 写出与下列各角终边相同的角的集合, 并指出它们是哪个象限的角: (1) 45°; (2) 135°; (3) 240°; (4) 330°. 解 (1) 与 45° 终边相同的角的集合是 $S_1 = \{\alpha \mid \alpha = 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}.$ 因为 45° 是第一象限角, 所以集合 S_1 中的角都是第一象限角. (2) 与 135° 终边相同的角的集合是 $S_2 = \{\alpha \mid \alpha = 135^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}.$ 因为 135° 是第二象限角, 所以集合 S_2 中的角都是第二象限角. (3) 与 240° 终边相同的角的集合是 $S_3 = \{\alpha \mid \alpha = 240^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}.$ 因为 240° 是第三象限角, 所以集合 S_3 中的角都是第三象限角. (4) 与 330° 终边相同的角的集合是 $S_4 = \{\alpha \mid \alpha = 330^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}.$ 因为 330° 是第四象限角, 所以集合 S_4 中的角都是第四象限角.	学生独立完成例 1 (2).	例 1 (2) 是关于象限角和终边相同的角的综合练习题.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 2 写出终边在 y 轴上的角的集合. 解 终边在 y 轴的正半轴上的一个角为 90°, 终边在 y 轴的负半轴上的一个角为 -90° (图 5), 因此, 终边在 y 轴的正半轴、负半轴上的角的集合分别是 $S_1 = \{\alpha \mid \alpha = 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\};$ $S_2 = \{\alpha \mid \alpha = -90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}.$  图 5 所以终边在 y 轴上的角的集合为 $S_1 \cup S_2 = \{\alpha \mid \alpha = 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\} \cup \{\alpha \mid \alpha = -90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ $= \{\alpha \mid \alpha = 90^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}.$ 练习 写出终边在 x 轴上的角的集合.	讲解例 2 时, 教师结合图 5 所示的平面直角坐标系, 带领学生分析题意. 教师提问: 角的终边落在 y 轴上包含哪两种情况? 学生回答: 终边落在 y 轴正半轴上或者落在 y 轴负半轴上. 教师追问: (1) 90° 角的终边落在 y 轴的正半轴上吗? 与它终边相同的角的集合是什么? (2) -90° 角的终边落在 y 轴的负半轴上吗? 与它终边相同的角的集合是什么? (3) 这两个集合的并集怎么求?	例 2 的难度较大, 故需要教师分步设问、层层推进, 从而引导学生解决问题. 进一步巩固“终边相同的角的集合”的知识.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 3 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间，找出与下列各角终边相同的角，并分别判定各是哪个象限的角： (1) -120°；(2) 640°；(3) -950°. 例 4 写出第一象限角的集合. 解 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间，第一象限角的取值范围是 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$，所以第一象限角的集合是 $\{\alpha \mid k \cdot 360^\circ < \alpha < 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$.	教师引导学生通过画图，解答例 3. 教师结合平面直角坐标系讲解例 4. 学生分组练习： (1) 第二象限角的集合如何表示？ (2) 第三象限角的集合如何表示？ (3) 第四象限角的集合如何表示？ 教师增加辨析题：区分 $0^\circ \sim 90^\circ$ 的角、锐角，小于 90° 的角、第一象限角这几个概念.	巩固象限角的内容.
小结	1. 任意角的概念. 2. 角的加减运算. 3. 象限角的概念. 4. 终边相同的角的集合.	教师带领学生回顾本节课的知识点.	本节课概念众多，通过总结、梳理，帮助学生巩固所学内容.
作业	本节练习 A 组第 3~4 题. 本节练习 B 组第 1 题、第 3 题.	学生课后完成.	进一步复习所学知识.