

5.3.3 已知三角函数值求角

【教学目标】

1. 了解已知三角函数值求角的方法.
2. 提高观察问题、分析问题、解决问题的能力.

【教学重点】

已知一个角的三角函数值, 求指定范围的角.

【教学难点】

已知一个角的三角函数值, 求指定范围的角.

【教学方法】

本节课主要采用观察、探究、类比的教学方法. 通过问题引导学生了解已知正弦值求角的方法, 并总结出这类题的解题步骤. 对于已知余弦值或正切值求角, 在教师的问题引导下让学生自己类比已知正弦值求角的情况进行求解.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	复习: 特殊角的三角函数值, 诱导公式, 三角函数的简图.	教师指出: 已知 $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, 反过来, 若 $\sin x = \frac{1}{2}$, 则 x 等于多少? x 的值只有 $\frac{\pi}{6}$ 吗? 我们这节课就来研究已知三角函数值求角的问题.	复习旧知, 导入新课.
新课	1. 已知正弦值, 求角 例 1 已知角 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, 求满足下列各式的 x 的值: (1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; (2) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;		

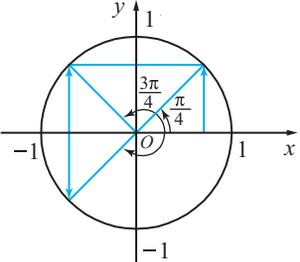
续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	<p>(3) $\sin x = -\frac{1}{2}$;</p> <p>(4) $\sin x = 0.267 2$. (精确到 0.000 1)</p> <p>解 (1) 因为在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上, $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $x = \frac{\pi}{3}$;</p> <p>(2) 因为在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上, $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $x = \frac{\pi}{4}$;</p> <p>(3) 因为在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上, $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$, 所以 $x = -\frac{\pi}{6}$;</p> <p>(4) 使用函数型计算器解题, 略.</p> <p>例 2 已知 $\sin x = \frac{1}{2}$, 且 $x \in [0, 2\pi)$, 求 x 的取值集合.</p> <p>解 因为 $\sin x = \frac{1}{2}$, 所以 x 是第一或第二象限角.</p> <p>由 $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ 可知符合条件的第一象限角是 $\frac{\pi}{6}$.</p> <p>又由 $\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ 可知, 符合条件的第二象限角是 $\frac{5\pi}{6}$.</p>	<p>教师引导学生求解第 (1) 题, 学生独立完成第 (2) (3) 题.</p> <p>学生用计算器求解.</p> <p>教师提示: $\frac{5\pi}{6}$ 这一解既可以根据正弦函数的图象得出, 也可以由诱导公式得出.</p> <p>教师用简略的语言小结已知三角函数值求角的步骤:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 定象限. 2. 求锐角. 3. 写结果. <p>教师对比例 1 与例 2, 提问: 为什么例 2 有两个解, 而例 1 只有一个解?</p>	<p>培养学生解决问题的能力.</p> <p>小结解题步骤, 帮助学生明确思路.</p> <p>使学生明确已知三角函数值求角时, 指定范围的重要性.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	<p>于是所求的角 x 的取值集合为 $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$.</p> <p>例 3 已知 $\sin x = -0.2156$, 且 $-180^\circ \leq x < 180^\circ$, 求 x (精确到 0.01°).</p> <p>解 因为 $\sin x = -0.2156$, 所以 x 是第三或第四象限角.</p> <p>先求符合 $\sin x = 0.2156$ 的锐角 x. 使用函数型计算器解得 $x \approx 12.45^\circ$. 因为 $\sin(-12.45^\circ) = -\sin 12.45^\circ \approx -0.2156$, 且 $\sin(12.45^\circ - 180^\circ) = -\sin 12.45^\circ \approx -0.2156$.</p> <p>所以当 $-180^\circ \leq x < 180^\circ$ 时, 所求的角分别是 -12.45° 和 -167.55°.</p> <p>2. 已知余弦值、正切值, 求角</p> <p>例 4 已知 $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且 $x \in [0, 2\pi)$, 求 x 的取值集合.</p> <p>解 由于 x 的余弦值为负, 所以 x 是第二或第三象限角 (图 1). 由</p> $\cos \frac{3\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ <p>可知, 所求符合条件的第二象限角 $x = \frac{3\pi}{4}$. 又因为</p> $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos \frac{3\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2},$	<p>学生思考问题, 合作探究, 进而得出结论.</p> <p>通过例 3, 教师再次强调已知三角函数值求角的三个步骤:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 定象限. 2. 求锐角. 3. 写结果. <p>教师引导学生利用三角函数线求符合条件的 x 的取值集合.</p>	<p>巩固做题步骤.</p> <p>培养学生数形结合的能力.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	<p>所以在区间 $[0, 2\pi)$ 内符合条件的第三象限角</p> $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{5\pi}{4}.$ <p>所以 x 的取值集合为 $\left\{\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$.</p>  <p style="text-align: center;">图 1</p>	<p>教师给出图示 (图 1), 学生观察、思考.</p>	<p>利用几何直观, 帮助学生解题.</p>
	<p>例 5 已知 $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, 且 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 x 的值.</p> <p>解 由于正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上是增函数 (图 2), 所以正切值等于 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的角 x 有且只有一个. 由</p> $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ <p>可知所求的角 $x = -\frac{\pi}{6}$.</p>	<p>教师提示: 根据正切线, 判断正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的单调性后, 再求解.</p> <p>学生明确正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上是增函数, 故满足条件的 x 只有一个, 即 $-\frac{\pi}{6}$.</p>	<p>通过判断正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的单调性明确所求 x 的个数.</p>

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图								
新课	<div data-bbox="339 358 644 647" style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center;">图 2</p> <p>例 6 用函数型计算器求出满足下列条件的 x 值 (精确到 0.01°):</p> <p>(1) $\cos x = -0.4, 0^\circ \leq x \leq 180^\circ$;</p> <p>(2) $\tan x = -2, -90^\circ < x < 90^\circ$.</p> <p>解 将计算器置于 DEG (以角度为单位) 的计算状态下, 并进行如下操作:</p> <p>(1)</p> <table border="1" data-bbox="268 1171 711 1292" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">操作</th> <th style="width: 50%;">显示</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>SHIFT cos -0.4 =</td> <td>113.5781785</td> </tr> </tbody> </table> <p>所以 $x \approx 113.58^\circ$.</p> <p>(2)</p> <table border="1" data-bbox="268 1574 711 1695" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">操作</th> <th style="width: 50%;">显示</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>SHIFT tan -2 =</td> <td>-63.43494882</td> </tr> </tbody> </table> <p>所以 $x \approx -63.43^\circ$.</p>	操作	显示	SHIFT cos -0.4 =	113.5781785	操作	显示	SHIFT tan -2 =	-63.43494882	<p>教师指出: 已知余弦值求角时, 在 RAD (以弧度为单位) 的计算状态下, 计算器默认的角 x 的范围是 $[0, \pi]$, 在 DEG (以角度为单位) 的计算状态下, 计算器默认的角 x 满足 $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$; 已知正切值求角时, 在 RAD (以弧度为单位) 的计算状态下, 计算器默认的角 x 的范围是 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 在 DEG (以角度为单位) 的计算状态下, 计算器默认的角 x 满足 $-90^\circ < x < 90^\circ$.</p> <p>学生独立操作, 完成例题的解答.</p>	<p>帮助学生明确借助计算器求角时, 计算器默认的范围, 避免漏解.</p> <p>体会用计算器求解非特殊角的便捷性.</p>
操作	显示										
SHIFT cos -0.4 =	113.5781785										
操作	显示										
SHIFT tan -2 =	-63.43494882										

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	1. 已知正弦值求符合条件的角. 2. 已知余弦值、正切值求符合条件的角.	教师引导学生总结本节所学知识, 反思易错点.	帮助学生养成良好的学习习惯.
作业	本节练习 A 组第 1~2 题、练习 B 组第 1 题.	学生课后完成.	巩固所学知识.