

教科书心理化视角下数学问题情境的创设

李 健 王 利 李海东

摘要：数学教科书中的问题情境创设，需要考虑教科书心理化的视角，即关注教科书中问题情境的学生关联性。学生心理发展的年龄特征、学生的数学认知规律、学生的抽象思维能力、学生的数学学习非智力因素，成为数学教科书问题情境创设的四个关注要点。

关键词：教科书心理化；问题情境；数学；教材

高度的抽象性是数学学科的显著特点，但这种抽象性又往往制约着学生的数学学习。而通过合适的问题情境引出或呈现抽象的数学内容，将数学与学生的情境认知关联起来，有助于学生更好地认识与理解数学。教科书是数学课程实施的重要资源，在数学教科书中创设问题情境，具有激发学生数学学习兴趣、促进学生理解数学知识等诸多功能。^[1]保证情境创设的学生关联性，是各国基础教育阶段数学教科书编制的必要手段。

20世纪初，杜威提出“教科书心理化”的观点，强调心理学视角下的教科书编写。该观点被视作破解教育过程中学生与课程矛盾的有效策略^[2]，加快了教科书编写领域的科学发展。林崇德指出，中小学教科书编写要注重心理化设计，青少年心理发展的年龄特征、认知规律、思维能力等方面都值得重点关注。^[3]中华人民共和国成立之初，我国数学家陈建功强调，数学教科书编写应注重心理原则，不考虑学生兴趣的文本，绝不能充作教材。^[4]2021年，人教A版高中数学教科书获得首届全国教材建设奖特等奖，教材主编章建跃强调，要根据学生心理发展特征组织教科书内容，这有助于落实核心素养导向下数学教科

书的建设。^[5]由此可见，教育学家、心理学家、数学家以及数学教科书编写者，均非常重视心理化视角下的教科书编写。学生关联性是数学教科书问题情境质量模型的重要指标之一^[6]，从教科书心理化的视角考虑问题情境，即关注教科书中问题情境的学生关联性，为教科书中高质量问题情境的生成提供了保障。

本文基于教科书心理化的视角，对数学教科书中问题情境创设的四个关注要点进行分析，它们分别对应学生的年龄发展特点、认知规律、思维与非智力因素这四个心理学研究领域的重要主题。这是对数学教科书编写的经验梳理与总结，希望有助于一线教师更好地认识数学教科书中的问题情境，提升教学质量。

一、要关注学生心理发展的年龄特征

学生心理发展的年龄特征是发展心理学关注的一个重要议题，对处于不同发展关键期的学生，需要进行有针对性的教学设计。结合已有研究者的观点^[2]，为保证所编数学教科书满足学生心理发展的年龄特征，需要重点考虑不同年级教科书中问题情境的呈现内容与呈现形式。

基金项目：2022年度教育部人文社科项目“减负提质背景下中小学生学习效率智能体验系统研发及应用研究”（22YJC880025）。

首先,问题情境的呈现内容要与对应年龄段学生的生活经验相匹配。随着学生年龄的增长,心智的成熟,其所接触到的外部环境更加丰富而多元,导致其认识的外部世界逐步从“生活化”向“社会化+科学化”转变。具体到数学教科书中问题情境的呈现内容,小学阶段教科书主要以家庭、校园等日常生活情境为主,而中学阶段教科书增加了社会活动以及不同领域的科学情境的比例。其次,问题情境的呈现形式要与对应年龄段学生的认知能力相匹配。低龄学生对于文字信息的处理能力较弱,更适合向其呈现简单、形象化的问题情境;而随着年龄的增长,学生处理复杂信息的能力得到发展,教科书中可以增加文字化、符号化的问题情境。

接下来以人教版三年级与八年级数学教科书中的两个“路程用时”情境(见图1、图2)为分析对象,展示学生年龄特征对教科书问题情境创设的影响。从情境呈现内容的选择来看,三年级“路程用时”情境涉及的地点仅包括家与学校,而八年级“路程用时”情境所涉地点则包括

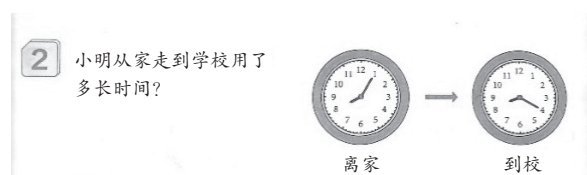


图1 三年级教科书中的“路程用时”情境

例2 如图19.1-5所示,小明家、食堂、图书馆在同一条直线上。小明从家去食堂吃早餐,接着去图书馆读报,然后回家。图19.1-6反映了这个过程中,小明离家的距离 y 与时间 x 之间的对应关系。

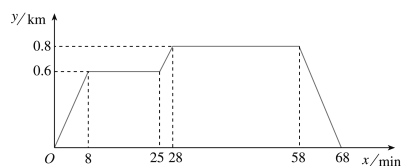
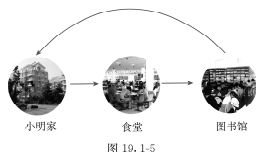


图19.1-6

根据图象回答下列问题:

- (1) 食堂离小明家多远? 小明从家到食堂用了多少时间?
- (2) 小明吃早餐用了多少时间?
- (3) 食堂离图书馆多远? 小明从食堂到图书馆用了多少时间?
- (4) 小明读报用了多少时间?
- (5) 图书馆离小明家多远? 小明从图书馆回家的平均速度是多少?

图2 八年级教科书中的“路程用时”情境

家、食堂与图书馆,这种设置差异考虑到了不同年龄段学生的生活经历。从情境的呈现形式来看,由于三年级学生的年龄较小,适应的情境应为“插图为主,文字为辅”,时钟插图既为小学生提供了认识时间的机会,又有助于提升学生的学习兴趣;对于八年级学生而言,所设“路程用时”情境包括文字信息、函数图象提供的数学符号信息、插图信息,属于“文字为主,插图为辅”,与这一年龄段学生相对较强的多元信息处理能力相匹配。

二、要关注学生的数学认知规律

在数学教科书中创设问题情境,需要重点关注学生的数学认知规律。从认知心理学的角度看,学生在学习新的数学知识时,通常需要经历一个由感性到理性、由单一到多元、由简单到复杂的心理认知过程。我国教科书编写者善于利用学生熟悉的情境,以循序渐进的设置问题,引导学生拾级而上,开展数学学习活动,使学生在有序变化的情境中认识它们的共性与差异,发现情境中隐含的数学本质。^[7]因此,具有层级特点的情境设置是遵循学生认知发展规律的重要体现。

现行人教版八年级教科书的函数概念引入部分设置了四个问题情境(见下页图3)。整体来看,四个情境(汽车行程、票房收入、水中涟漪、绳子)均是学生日常生活中能够接触到的,学生不会因为不熟悉情境而产生认知障碍。再对几个情境的内容设置来作比较。第一个情境体现出汽车行驶路程随时间变化的一次函数关系。第二个情境体现出票房与电影票价之间的一次函数关系,但相比于第一个情境,第二个情境并没有设置表格,加大了学生对两个变量关联性的认知难度。第三个情境需要学生找到水波面积与水波半径间的二次函数关系。与前两个情境中的线性关系相比,该情境体现的是变量间的非线性关系。第四个情境是在总绳长一定的前提下,让学生找到矩形一边与其邻边之间的长度关系。这一情境需要学生结合几何背景进行思考,比前三个问题情境更加复杂。由此可见,四个问题情境的设置有一个逐层推进的过程,说明编者关注到了学生习惯由易到难地认识事物的心理逻辑。

先请思考下面几个问题：

(1) 汽车以 60 km/h 的速度匀速行驶，行驶路程为 $s\text{ km}$ ，行驶时间为 $t\text{ h}$ 。填写表 19-1， s 的值随 t 的变化而变化吗？

表 19-1

t/h	1	2	3	4	5
s/km					

(2) 电影票的售价为 10 元/张 。第一场售出 150 张票，第二场售出 205 张票，第三场售出 310 张票，三场电影的票房收入各多少元？设一场电影售出 x 张票，票房收入为 $y\text{ 元}$ ， y 的值随 x 的变化而变化吗？

(3) 你见过水中涟漪吗？如图 19.1-1，圆形水波慢慢地扩大。在这一过程中，当圆的半径 r 分别为 10 cm ， 20 cm ， 30 cm 时，圆的面积 S 分别为多少？ S 的值随 r 的变化而变化吗？



图 19.1-1

(4) 用 10 m 长的绳子围一个矩形。当矩形的一边长 x 分别为 3 m ， 3.5 m ， 4 m ， 4.5 m 时，它的邻边长 y 分别为多少？ y 的值随 x 的变化而变化吗？

图 3 “函数概念引入”部分的层级性情境

三、要关注学生的抽象思维能力

数学是思维的体操，学生进行数学学习的一项重要任务就是发展自身思维。数学教科书中的问题情境与众多数学思维密切关联，其中最直接、最重要的思维能力便是抽象。史宁中指出，数学在本质上研究的是抽象的东西，数学的发展所依赖的最重要的基本思想是抽象。^[8] 抽象渗透在数学产生与发展的过程中，是数学大厦得以建立的根基。

从认知的视角来看，情境属于一种信息载体，是人的认知活动的信息来源。^[9] 因此，基于情境展开的抽象思维活动，其本质在于通过情境为学生提供数学研究对象的信息。数学教科书中的问题情境设置，应考虑抽象的水平层次。一项关于当前初中数学教科书的问题情境研究显示，在中外五版教科书中，对问题解决起低水平作用的问题情境比例为 18.15% 。此处的低水平是指问题情境在抽象与具象（其本质是一种逆向的抽象思维）两个方面的表现均无优势。^[10] 因此，教科书中的部分问题情境，对学生抽象思维发展的影响可能十分有限。当然，能够发展学生抽象思维能力的问题情境很多，在此通过小学和初中教科书中的两个一元一次方程问题情境进行说明。

先来看人教版小学数学五年级下册教科书中的“足球黑皮数”问题情境：“足球上黑色的皮都是五边形的，白色的皮都是六边形的。白色皮共有 20 块，比黑色皮的 2 倍少 4 块。黑色皮共有多少块？”对于小学生而言，代数是其数学学习的一个难点。考虑到小学五年级学生的抽象思维能力不强，该情境以足球的黑皮数和白皮数关

系为桥梁，学生仅需要找到“黑色皮的 2 倍少 4 块($2x-4$)”和“白皮数 (20)”具有等量关系，就可建立方程 $2x-4=20$ ，轻松解决问题。

再来看人教版初中数学七年级下册教科书中的“工人分配”问题情境：“某车间有 22 名工人，每人每天可以生产 $1\ 200$ 个螺钉或 $2\ 000$ 个螺母。1 个螺钉需要配 2 个螺母，为使每天生产的螺钉和螺母刚好配套，应安排生产螺钉和螺母的工人各多少名？”同样是需要学生应用一元一次方程解决实际问题。相比于五年级学生，七年级学生的抽象思维能力有了较大提升，也有能力完成更为复杂的抽象活动。该情境先需要学生找到螺钉和螺母之间的配比关系（ 2 倍螺钉数等于螺母数），这是建立方程的关键。然后根据车间总人数为 22 ，确立生产螺钉的人数 x 和生产螺母的人数 $(22-x)$ ，再结合每位工人每天可以生产 $1\ 200$ 个螺钉或 $2\ 000$ 个螺母这一数量关系，确定螺钉生产量 $1\ 200x$ 和螺母生产量 $2\ 000(22-x)$ 。最终建立方程 $2\ 000(22-x)=2\times 1\ 200x$ 。这明显比“足球黑皮数”复杂，更适合培养初中阶段学生的抽象思维。

四、要关注学生的数学学习非智力因素

2001 年课程改革以来，我国数学课程加大了对学生的情感、态度、价值观的培养力度。在心理学中，情感、态度、价值观都被归为非智力因素。因此，发展学生的数学学习非智力因素，属于数学课程目标的重要组成部分。数学学习中的非智力因素是指学生的数学思维活动中，不直接参与数学认知过程的心理因素，如动机、态度、性格、意志等众多要素都可归为非智力因素的范畴。^[11] 在数学教科书中创设问题情境，具有提升学生的数学学习兴趣、使学生感受数学的应用价值等诸多功能，这些功能都有助于学生数学学习非智力因素的发展。

在人教 A 版高中数学教科书选择性必修第三册的“样本相关系数”一节中，设置了“婴儿出生率与天鹅数”这一问题情境：“某地区的环境条件适合天鹅栖息繁衍。有人发现了一个有趣的现象，该地区有 5 个村庄，其中 3 个村庄附近栖息的天鹅较多，婴儿出生率也较高； 2 个村庄附近栖息的天鹅较少，婴儿的出生率也较低。有

人认为婴儿出生率和天鹅数之间存在相关关系，并得出一个结论：天鹅能够带来孩子。你同意这个结论吗？为什么？”该情境先提出了一个有趣的现象，即将两个看似毫无关联的变量（婴儿出生率与当地的天鹅数量）关联起来，再询问学生是否同意“天鹅能够带来孩子”这一结论。从其结构看，该问题情境属于包含内外两层的嵌套结构：内层是对“婴儿出生率与天鹅数的相关性”的论述；外层是基于内层论述，向学生发起的提问。通过内层情境，呈现出一个有趣现象，能够激发学生的内部认知动机、好奇心、质疑精神等非智力因素；通过外部情境，学生将感受到出题者的挑战意图，可能激发自己的好胜心，而一旦学生乐于接受出题者的挑战，将有助于其成就动机的发展。

如果将“婴儿出生率与天鹅数”这一问题情境的表述稍加改变：“某地区的环境条件适合天鹅栖息繁衍。该地区有5个村庄，其中3个村庄附近栖息的天鹅较多，婴儿出生率也较高；2个村庄附近栖息的天鹅较少，婴儿的出生率也较低。有人认为婴儿出生率和天鹅数之间存在相关关系，那么能否说天鹅能够带来孩子？”学生虽然仍能感受到内层情境，但外层情境带来的挑战感无疑会被削弱，学生解决问题的成就动机也将减小。

如何基于教科书心理化的视角创设数学教科书中的问题情境？通过以上提及的四个关注点，本文给出了一个大致的回应。但需要指出的是，关于四个关注点的讨论，并不能称为对研究问题的完美回应，例如，情境插图带给学生的认知负荷、情境对学生的高阶认知思维（如创新思维、批判性思维等）的培养等问题，都值得深入研究。除此之外，时代在发展，不同时代下的学生心理特征也受到时代背景的影响，因此，虽然本研究问题由来已久，但仍是一个始终充满活力的

课题。

最后，还要强调本研究之于数学教师教学的价值所在。教科书是教师的重要教学资源，“教科书心理化”即“教学资源心理化”，认识数学教科书中问题情境创设的心理学依据，将帮助教师更好地基于学生的心理特征进行教学，为学生提供更多高质量的数学学习机会。

参考文献：

- [1] 李健, 李海东. 数学教科书中设置问题情境的作用与原则 [J]. 基础教育课程, 2020 (17): 59-66.
- [2] 曾天山. 论教材的心理化 [J]. 西北师大学报 (社会科学版), 1995 (2): 62-68.
- [3] 林崇德. 中小学教材编写心理化设计的建议 [J]. 课程·教材·教法, 2019 (9): 9-11.
- [4] 陈建功. 二十世纪的数学教育 [J]. 中国数学杂志, 1952 (1): 1-21.
- [5] 章建跃, 李海东. 高中数学教材编写研究 [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 25-26.
- [6] 李健, 李海东, 宋莉莉. 数学教科书问题情境质量评价的“金字塔”模型: 基于初中数学教师的教科书使用调查 [J]. 数学通报, 2020 (12): 20-25.
- [7] 章建跃, 王嵘. 中国数学教科书使用变式素材的途径和方法 [J]. 数学通报, 2015 (10): 1-8.
- [8] 史宁中. 数学的抽象 [J]. 东北师大学报 (哲学社会科学版), 2008 (5): 169-181.
- [9] 夏小刚, 汪秉彝. 数学情境的创设与数学问题的提出 [J]. 数学教育学报, 2003 (1): 29-32.
- [10] 李健. 初中数学教科书中现实问题情境设置的实证研究 [D]. 天津: 天津师范大学, 2019: 125.
- [11] 王光明, 李爽. 初中生数学学习非智力因素调查问卷的编制 [J]. 数学教育学报, 2020 (1): 29-39.

（作者李健系人民教育出版社中学数学编辑室高级编辑；王利系人民教育出版社小学数学编辑室副编审；李海东系人民教育出版社编审。）

（责任编辑：郭晨跃）